

**Центр «Интеллект»**  
**Дистанционная олимпиада по математике - 2017.**

1. Квадратный трехчлен  $x^2+rx+q$  имеет два различных ненулевых целых корня  $a$  и  $b$ . Известно, что  $a+r$  делится на  $q-2b$ . Чему может быть равно число  $a$ ? (Приведите все ответы и докажите, что других нет.)
2. Трехзначное число назовем *счастливым*, если в нем одна из цифр равна сумме двух других. Какое наибольшее количество последовательных чисел могут оказаться счастливыми?
3. Два велосипедиста едут по окружности, начав одновременно двигаться из одного места. Скорость первого - 24 км/ч, второго - 20 км/ч. Когда первый велосипедист проехал 10 полных кругов, второму оставалось ехать до конца круга 12 минут. Чему равна длина окружности?
4. От края большого квадратного листа отрезали маленький квадратик (одна сторона маленького квадратика лежит на стороне большого), и в результате периметр листа увеличился на 10%. На сколько процентов уменьшилась площадь листа?
5. На боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  выбраны точки  $X$  и  $Z$  соответственно. Отрезки  $CX$  и  $BZ$  пересекаются в точке  $Y$ . Оказалось, что пятиугольник  $AXYZD$  - вписанный. Докажите, что  $AY=DY$ .
6. Утром в луже было 10 синих и 95 красных амеб. Иногда амебы соединяются. При соединении двух красных амеб образуется одна синяя, при соединении двух синих образуются 4 красных, при соединении красной и синей - 3 красных. К вечеру в луже было 100 амеб. Какое наибольшее число синих амеб может быть среди них?
7. Диагонали трапеции делят ее на четыре треугольника. Площади трех из них - это 4, 6 и 9. Найдите площадь четвертого. (Не забудьте обосновать ответ!)
8. В стране 2017 городов, некоторые из них соединены дорогами (при этом у каждой дороги концы в разных городах и никакие два города не соединяются друг с другом более чем одной дорогой). Назовем город "провинциальным", если из него выходит не больше 5 дорог. Оказалась, что у любой дороги хоть одним из концов является провинциальный город. Какое наибольшее количество дорог может быть в этой стране?