Приложение
к распоряжению комитета общего
и профессионального образования
Ленинградской области
от 30 января 2018 года №_167-р_

Порядок проведения
регионального Математического турнира «Шаг в математику»
для учащихся 6 – 8 классов в 2018 году

1. Общие положения

1.1. Региональный Математический турнир «Шаг в математику» проводится Комитетом общего и профессионального образования Ленинградской области. Оператор проведения Математического турнира - Государственное бюджетное учреждение дополнительного образования «Ленинградский областной центр развития творчества одаренных детей и юношества «Интеллект» (далее - Центр «Интеллект»).

1.2. Математический турнир «Шаг в математику» - это интеллектуальное командное соревнование (игра) по решению нестандартных задач по математике. Сложность заданий Математического турнира ориентирована на уровень освоения образовательной программы по математике 6-8 классов.

1.3. Настоящий Порядок проведения Математического турнира (далее – Порядок) определяет порядок его организации и проведения, организационное и методическое обеспечение, порядок участия в Математический турнире, а также порядок награждения участников за успешное выступление.

1.4. Участие в Математическом турнире позволит обучающимся и педагогам оценить уровень знаний по предмету и уровень сформированности навыков решения нестандартных задач, позволяющих обеспечить новые результаты образования.

1.5. Результаты Математического турнира могут быть использованы:

органами управления образованием регионального и муниципального уровня – для анализа текущего состояния и развития математического образования;

образовательными организациями – для совершенствования преподавания математики и построения профориентационной составляющей образовательной программы;

родителями и детьми – для повышения информированности, развития моделей родительского оценивания, принятия обоснованных решений о выборе образовательной траектории ребенка.

2. Цели и задачи проведения Математического турнира

2.1. Основной целью проведения Математического турнира является привитие интереса обучающихся к математическому образованию, развитие мотивации к дальнейшему совершенствованию знаний, выявление и развитие творческих способностей, интереса к исследовательской деятельности.

2.2. Задачами проведения Математического турнира являются:

создание условий для интеллектуального развития школьников, пропаганда научных знаний, формирование представления о научной дискуссии;

формирование у обучающихся навыков творческой работы в команде;

введение в практику педагогической деятельности проведение Математического турнира в образовательных организациях Ленинградской области и на муниципальном уровне, как средства для демонстрации новых образовательных результатов в области математики;

содействие повышению квалификации учителей математики и повышению профессиональной компетентности.

3. Подходы к отбору содержания заданий для проведения Математического турнира

3.1. При формировании заданий Математического турнира используются системно-деятельностный и компетентностный подход.

3.2. Задания Математического турнира формируется на основе федеральных государственных образовательных стандартов начального и основного общего образования, утвержденных приказами Министерства образования и науки Российской Федерации от 06.10.2009 № 373 от 17.12.2010 № 1897 соответственно.

3.3. Используемый в заданиях инструментарий направлен на выявление у участников Математического турнира спектра предметных и метапредметных умений, уровня сформированности универсальных учебных действий, обеспечивающих возможность успешного продолжения обучения, а именно:

сформированности понятийного аппарата по разделам содержания школьного математического образования;

знания основных правил, формул, законов и умение их применять;

владения навыками смыслового чтения, понимания и адекватной оценки информации, представленной в различных знаковых системах (текст, таблица, различные виды диаграмм, графики, чертежи и т.д.);

умения применять изученные понятия, результаты, методы и навыки решения задач практического характера;

способности использовать приемы анализа/синтеза, проводить классификации объектов по выделенным признакам, устанавливать причинно-следственные связи, выстраивать логическую цепь рассуждений и распознавать логически некорректные рассуждения и др.

3.4. Задания составляются также в целях создания новых возможностей профориентационной работы, прикладного использования математики в дальнейшей учебной деятельности, подготовки к творческой и исследовательской деятельности в области математики и смежных предметных областях.

4.Участники Математического турнира

4.1. В соревнованиях Математического турнира принимают участие обучающиеся 6,7,8 классов общеобразовательных школ Ленинградской области.

5. Порядок организации Математического турнира

5.1. Математический турнир проводится в период с 1 февраля по 18 апреля 2018 года.

5.2. Турнир проводится в три этапа:

1 этап – школьный, отборочный этап проводится в течение февраля месяца 2018 года.

Состав команд формируется исходя из возможностей образовательного учреждения (по параллелям, по классам, по сборным командам и т.д.);

2 этап – муниципальный, отборочный этап проводится в течение марта месяца 2018 года.

Участниками данного этапа становятся сборные команды от образовательных организаций муниципального района. Каждая команда состоит из 5 человек (состав смешанный по возрасту: **2 ч.- 8 класс, 2 ч.-7 класс.1ч.- 6 класс**);

3 этап – региональный, проводится **17 - 18 апреля 2018 года** в Центре «Интеллект».

Участниками данного этапа становятся сборные команды- победители муниципального этапа.

5.3. На региональный этап команду сопровождает учитель математики - руководитель команды, на которого возлагается ответственность за жизнь и здоровье детей.

5.4. Для участия в региональном этапе Математического турнира командам-победителям муниципального этапа необходимо зарегистрироваться на сайте Центра «Интеллект» до 13 апреля 2017 года и направить в адрес Организатора Заявку (Приложение 4 к настоящему Порядку), подписанную руководителем образовательной организации.

5.5. Для проведения школьного и муниципального этапа разрабатываются соответствующие порядки проведения на основании данного регионального Порядка.

5.6. Для организации подготовки Математического турнира в целом и регионального этапа Центр «Интеллект» создает Оргкомитет из числа преподавателей, научных сотрудников, специалистов образовательных организаций Ленинградской области, иных заинтересованных организаций (Приложение 1 к настоящему Порядку).

5.7. Оргкомитет:

5.7.1 осуществляет руководство подготовкой и проведением Математического турнира;

5.7.2. формирует состав Жюри регионального этапа;

5.7.3. разрабатывает Регламент проведения регионального этапа;

5.7.4. формирует Критерии оценивания;

5.7.5. организует вебинары, осуществляет помощь по формированию пакетов заданий для проведения школьного и муниципального этапов (Приложение 5 к настоящему Порядку);

5.7.6. подготавливает отчет о проведении мероприятия, вносит предложения по улучшению организации, повышению его научно-методического уровня, устранению выявленных недостатков.

5.8. Жюри регионального этапа Математического турнира оценивает выполнение конкурсных заданий в соответствии с Критериями оценивания, определяет победителей и призёров. Решение Жюри фиксируется в протоколе и утверждается председателем жюри.

5.9. Научно-методическое обеспечение Математического турнира осуществляют: Ленинградский областной институт развития образования (кафедра математики, информатики и ИКТ);

Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина).

6. Содержание и порядок проведения Математического турнира

6.1. Математический турнир проводится в форме коротких «математических боев».

Правила проведения «математических боев» и примерный сценарный план проведения Математического турнира приведены в Приложении 2 ,3 к настоящему Порядку.

6.2. В зависимости от количества команд, Математический турнир проводится в четыре или пять этапов: разминка, одна восьмая финала, четверть финала, полуфинал, финал.

6.3. По итогам финального «математического боя» определяется команда – победитель (I место), две команды – призеры Математического турнира (II и III место).

6.4. Судейство Математического турнира осуществляется Жюри определенного уровня в соответствии с Правилами проведения «математического боя» и критериями.

6.5. Решения Жюри окончательны и обжалованию не подлежат. Апелляции не принимаются.

6.6. На Математическом турнире Оргкомитетом обеспечивается благожелательная, спокойная обстановка, позволяющая всем участникам Турнира полностью раскрыть свои знания, практические навыки и творческие способности.

6.7. Ведение каждого этапа Математического турнира осуществляется ведущим из состава Жюри. Ведущий обеспечивает порядок обсуждения решения задачи, в частности:

предоставляет слово докладчику; объявляет о завершении доклада и переходе к обсуждению; объявляет начало и конец минутного перерыва, взятого командой; фиксирует вопросы оппонента и ответы докладчика (например, спрашивая оппонента: *«Вы удовлетворены ответом?»* и т.д.);

фиксирует мнение оппонента о докладе (*«Решение принимается?»* или - если решение не принимается – *«С чем Вы не согласны в решении?»*); объявляет о завершении обсуждения и о переходе к вопросам Жюри докладчику;

обеспечивает обсуждение решения задачи в форме научной дискуссии;

объявляет распределение баллов за решение задачи, поясняя, за что они даны или сняты.

7. Подведение итогов Математического турнира

7.1. По итогам Математического турнира все члены команды – победителя и 2-х команд – призёров награждаются Дипломами I, II и III степени.

7.2. Победители и призеры получают приглашение на обучение в Центр «Интеллект» на профильную математическую образовательную сессию.

7.3. По решению Оргкомитета отдельные участники и команды - участники Математического турнира могут награждаться поощрительными Дипломами: «Самая дружная команда», «Корпоративная солидарность», «Воля к победе», «Лучший капитан команды».

7.4. Всем участникам, не отмеченным Дипломами победителя или поощрительными Дипломами, вручаются Сертификаты участника Математического турнира.

7.5. Руководителям команд – победителей, членам Жюри вручаются Благодарственные письма.

7.6. Дипломы, Сертификаты и Благодарственные письма подписывает председатель Оргкомитета Математического турнира.

7.7. После подведения итогов Математического турнира списки победителей и призеров, задания, информационные и фото материалы размещаются на сайте Центра «Интеллект».

8. Финансовое обеспечение Турнира

8.1. Участие в Математическом турнире обучающихся образовательных организаций Ленинградской области является бесплатным.

8.2. Финансовое обеспечение Математического турнира осуществляется за счет средств организатора. Организатор несет расходы, связанные с оплатой работы членов Жюри; приобретением канцелярских товаров; награждением.

8.3. К проведению Математического турнира возможно привлечение спонсорских средств.

8.4. Расходы по оплате проезда и питания участников Математического турнира несут направляющие их организации.

Приложение 1
к Порядку проведения регионального
математического турнира
«Шаг в математику»

Состав оргкомитета
регионального математического турнира «Шаг в математику»
для учащихся 6 – 8 классов

Председатель оргкомитета	Денис Игоревич Рочев, и.о. директора ГБУ ДО «Центр «Интеллект»
Члены оргкомитета	Шаповалова Анна Даниловна, заместитель директора ГБУ ДО «Центр «Интеллект»
	Иванов Сергей Георгиевич, заместитель декана факультета компьютерных технологий и информатики ЛЭТИ, кандидат педагогических наук, доцент (по согласованию)
	Горюнова Мария Александровна, заведующая кафедрой математики, информатики и ИКТ ЛОИРО, кандидат педагогических наук (по согласованию)
	Крымцова Елена Михайловна, учитель математики МБОУ «Лицей №1», г.Всеволожск (по согласованию)
	Мурова Татьяна Александровна, заведующий ЗМШ ГБУ ДО «Центр «Интеллект»
	Грошев Дмитрий Анатольеич, методист ГБУ ДО «Центр «Интеллект»
	Черникова Александра Анатольевна, учитель математики МБОУ «Лицей №1», г.Всеволожск (по согласованию)
	Колпакова Галина Николаевна, учитель математики ЧОУ Кингисепская средняя общеобразовательная школа «Православная культура» (по согласованию)
Секретарь оргкомитета	Михайлова Евгения Михайловна, методист ЗМШ ГБУ ДО «Центр «Интеллект»

Приложение 2
к Порядку проведения регионального
математического турнира
«Шаг в математику»

Правила проведения математического боя

«Математический бой» (*«матбой»*) - соревнование двух команд в умении решать нестандартные математические задачи, предложенные Жюри, защищать полученные решения перед командой-оппонентом и Жюри, а также проверять решения задач команды-оппонента. *«Математический бой»* состоит из двух этапов:

I этап - *«Решение задач»*;

II этап - *«Собственно математический бой»*.

I. «Решение задач».

Команды получают одинаковые задачи и решают их в разных аудиториях в течение заданного времени (конкретное время устанавливает Оргкомитет). В ходе этапа *«решение задач»* команды могут пользоваться специальной литературой.

Команды не имеют права общаться по поводу решения задач ни с кем, кроме Жюри. Представитель Жюри регулярно посещает аудитории, в которых команды решают задачи, и отвечает на вопросы по условиям задач. При этом каждое уточнение условий, данное одной команде, объявляется и другой команде. Жюри не предоставляет информацию о трудности задач. В процессе решения задач и во время боя команды не имеют право общаться и знать количество решенных задач соперников.

II. «Собственно математический бой».

Команды встречаются в одной аудитории и рассказывают друг другу решения задач. Чтобы определить, какой участник от команды будет докладывать решение конкретной задачи, команды делают *«вызовы»*: одна называет номер задачи, решение которой она хочет услышать, а другая сообщает, принят ли *«вызов»*. Обычно, команды вызывают друг друга по очереди. Если команда принимает *«вызов»*, то она выдвигает *«докладчика»*, а другая команда – *«оппонента»* для проверки решения.

Бой начинается с *«конкурса капитанов»*. Для конкурса предлагается задача. Конкурс заканчивается, когда один из капитанов даёт ответ. Если ответ верен, то давший его капитан победил, а если неверен, то победа остается за другим капитаном. Перед конкурсом капитанов Жюри поясняет, что предполагает *«правильный ответ»*. Капитан, победивший в конкурсе, сообщает, какая команда делает *«первый вызов»*. На *«конкурс капитанов»* команда может выдвинуть любого члена команды.

Докладчик и оппонент могут обращаться к своим капитанам с просьбой о «минутном перерыве» для консультации. Другое общение между докладчиком (оппонентом) допускается только во время *«минутного* *перерыва»*, который любая из команд может взять в любой момент. Количество *«минутных перерывов»*, которыми располагает команда в течение боя, определяет Жюри.

Если решение обсуждаемой задачи принято Жюри, то команды переходят к представлению решения другой задачи, а если не принято, Жюри предоставляет возможность представить решение команде, которая делала «*вызов*» т.е .«*перемена ролей»* .

Если вызванная команда отказалась отвечать, то вызывавшая команда должна сама рассказать свое решение задачи. При этом если оппонент докажет, что у докладчика нет решения, то *«вызов»* считается *«некорректным»*. Тогда вызывавшая команда должна *«повторить вызов»*.

Команда может отказаться делать очередной *«вызов»* (если у нее не осталось решенных задач, и она не хочет делать *«некорректный вызов»*). Тогда другая команда получает право рассказать решения любых задач, оставшихся неразобранными.

После каждого выступления Жюри присуждает командам баллы, как за доклад, так и за оппонирование.

Побеждает команда, которая по окончании боя набирает большее количество баллов. Ничья объявляется, если разница в набранных за бой баллах не превышает заранее оговоренного количества (от 3 до 7).

Приложение 3
к Порядку проведения регионального
математического турнира
«Шаг в математику»

Сценарный план проведения Математического турнира (примерный)

Разминка: математическая викторина. Каждой команде предлагается аргументированно ответить на 5 вопросов на знание теоретических математических понятий.

Одна восьмая финала или четверть финала: все команды решают предложенные Жюри задачи (в течение определенного времени). Команда, не справившаяся с заданием – выбывает.

Четверть финала или полуфинал: команды делятся на пары, в течение отведенного времени проводится «математический бой». По результатам из каждой пары 1 команда выбывает.

Полуфинал или финал: команды по парам играют в «математический бой» в течение отведенного времени. По результатам из каждой пары 1 команда выбывает до тех пор, пока остается четыре команды.

Финал: команды по парам в отведенное время играют в «математический бой» друг с другом, зарабатывая баллы Команда – победитель и команды – призеры определяются по количеству полученных в отведенное время баллов.

Приложение 4
к Порядку проведения регионального
математического турнира
«Шаг в математику»

Анкета-заявка
участника регионального этапа математического турнира
«Шаг в математику»
(заполняется в формате Word участником или руководителем)

1. Наименование образовательной организации (по лицензии), муниципального района, направляющего команду на Математический турнир (допускаются сборные команды из нескольких ОУ):

____
____
____

3. Команда (название):

Фамилия, имя, отчество участника	класс	школа	год и дата рождения	Сопровождающий (ФИО, место работы и должность, телефон)

Дата заполнения «   » _________________2018 года.

Подпись уполномоченного лица.
Печать.

Заявки на участие в Математическом турнире принимаются **по адресу:** zmh@center-intellect.ru с **01 апреля** по **13 апреля 2018 года.** Контактное лицо: Мурова Татьяна Александровна, заведующий Заочной математической школой, телефон для справок 8(812)434-96-87, 8(960) 279 -57-48.

Регистрация команд на сайте ГОУ ДО «Центр «Интеллект» осуществляется также до **13 апреля 2018 года - http:// intellect.lokos.ru**, раздел Заочная математическая школа/

Приложение 5
к Порядку проведения регионального
математического турнира
«Шаг в математику»

Методические материалы
Регионального Математического турнира «Шаг в математику»

Примерные занимательные задания для разминки

Формы и темы разминки: Конкурс эрудитов, Задачи-шутки, «Тёмная лошадка», Анаграммы, Гонка за лидером, Исторический экскурс.

1. Задания турнира: «Кто больше ответит на вопросы?»

1. Наука о числах, их свойствах и действиях над ними. (Арифметика). 2. Место, занимаемое цифрой в записи числа. (Разряд) 3. Третий месяц каникул. (Август) 4. Цифровой знак, обозначающий отсутствие величины. (Ноль) 5. На какое наименьшее целое число делится без остатка любое целое число? (На один) 6. Первый месяц зимы. (Декабрь) 7. Сколько раз в году встает солнце? (365 или 366) 8. Мера веса драгоценных камней. (Карат) 9. Угол, меньший прямого. (Острый) 10. Сколько цифр вы знаете? (10) 11. Прибор для измерения углов. (Транспортир) 12. Наименьшее простое число. (2) 13. Что меньше 0.4 или ½? (0.4) 14. Какую часть часа составляют 20 мин? (1/3) 15. Когда частное равно нулю? (Когда делимое равно нулю) 8. Мера веса драгоценных камней. (Карат) 9. Угол, меньший прямого. (Острый) 10. Сколько цифр вы знаете? (10) 11. Прибор для измерения углов. (Транспортир) 12. Наименьшее простое число. (2) 13. Что меньше 0.4 или ½? (0.4) 14. Какую часть часа составляют 20 мин? (1/3) 15. Когда частное равно нулю? (Когда делимое равно нулю)

2. Конкурс «Эрудитов» Кто больше составит слов из слова «Треугольник . Например: три, уголь, угол, кол, луг, торт, урок, рок, ноль, кино, кот, рот, торг, ток, кит, корь, укол.

3. **Задачи-шутки** Двое пошли – три гвоздя нашли. Следом четверо пойдут – много ли найдут? В каком числе столько же цифр, сколько букв в его названии? Крыша одного дома несимметрична: один её скат составляет с горизонтом угол в 70°, а другой - 60°. Предположим, что петух откладывает на гребне крыши яйцо. Куда оно катится? Крыша одного дома несимметрична: один её скат составляет с горизонтом угол в 70°, а другой - 60°. Предположим, что петух откладывает на гребне крыши яйцо. Куда оно катится?

4.Анаграмма (от греч. перестановка букв) – слово или словосочетание, образованное перестановкой букв, другого слова или словосочетания. Используется для создание псевдонимов, встречаются в загадках, в шарадах Итлиьлесч Прицяороп Ежаревыни Фогипар . Числитель. Пропорция. Выражение. Пифагор.

5. Гонка за лидером (два ученика, набравшие наибольшее количество баллов) Гонка за лидером (два ученика, набравшие наибольшее количество

баллов) 1. Высший балл в школах России. 2. Город, состоящий из 101 имени. 3. Наименьшее чётное число. 4. Какой вал изображен на картине Айвазовского? 5. Дробь, у которой числитель меньше знаменателя. 6. Соперник нолика. 7. Сколько козлят было у многодетной козы? 8. Треугольный платок. 9. Сколько музыкантов в квартете? 10. Назовите наименьшее двузначное число.

6. Исторический экскурс: Пифагор родился около 570 г. до н. э. на острове Самосее в семье резчика по драгоценным камням. Древнегреческий философ, религиозный и политический деятель, основатель пифагореизма, математик

Одно из открытий пифагорейцев в VI веке до н.э. А началось всё с простого, казалось бы, вопроса: Каким числом выражается длина диагонали квадрата со стороной в 1? 2 Пифагорейцы доказали, что такого отрезка, который целое число раз откладывался бы и на диагонали и на стороне, не существует. Открыв новый математический объект, пифагорейцы пришли в полное замешательство. В основе всеобщей гармонии мира, считали они, лежат целые числа и их отношения. Никаких других чисел они не знали.

Легенды о Гиппасе О пережитом учениками Пифагора смятении свидетельствуют древние легенды. Они держали своё открытие в тайне. Однако Гиппас из Менапонта разгласил людям «ужасную» тайну существования несоизмеримых величин, и Небо покарало его: он утонул в море во время шторма. По другой легенде, накликая на голову Гиппаса несчастья, пифагорейцы сами вырыли ему символическую могилу, «как будто некогда бывший их товарищ в самом деле ушёл из земной жизни», - так писал античный философ Ямвлих. Впрочем, в это трудно поверить, ведь члены пифагорейского союза всегда славились взаимовыручкой и крепкими у зами дружбы. 2 - иррациональное число

Загадки (приложение) Ноль подставил спинку брату, Тот забрался, не спеша, - Стали новой цифрой братцы, Не найти нам в ней конца. Повернуть её ты можешь, Головой поставить вниз. Цифра будет всё такой же, Посмотри, оборотись! Десятки превратил он в сотни, А может в миллионы превратить, Он среди чисел равноправен, но на него нельзя делить. Когда меня ты ранишь, то не плачешь И всё-таки слезу смахнёшь с лица, А сменишь букву – выгляжу иначе: С началом стану я, но без конца. Я цифра меньше десяти, Меня тебе легко найти, Но если букве «Я» прикажешь Рядом стать! Я – всё! Отец, и ты, и дедушка, и мать. Прочитайте слова, которые вы видите. Найдите «лишнее» слово. Остальные слова замените общим названием. Сложение Вычитание Умножение Раздробление Деление Шарада-загадка, в которой слово отгадывается по частям. За мерой ноту вставишь вдруг, И её найдешь среди подруг. Арифметический я знак, В задачнике меня найдёшь во многих строчках, Лишь «о» ты вставишь, знак как, И я – географическая точка. Я приношу с собою боль, В лице – большое искаженье. А «ф» на «п» заменишь коль, То превращусь я в знак сложенья.

Примерные задачи для математических боев.

ПРИМЕР! Задания для Турнира (1/8 финала)

1. Вася и Маша поженились в 1987 году. С тех пор у них родились четверо детей, и новый 2009 год встречали уже все шестеро. По странному совпадению все дети родились 22 февраля, а сегодня, 22 февраля 2010 года, оказалось, что возраст старшего равен произведению возрастов трёх младших. Докажите, что в этой семье есть близнецы.

2. Найдите наименьшее из натуральных чисел *n*, обладающих таким свойством: у числа *n* сумма цифр больше, чем у любого из 100 следующих за ним натуральных чисел.

3. Аня, Маня, Таня и Саня получили по прямоугольнику размером 6×8. Каждая из них разрезала свой прямоугольник по прямой на две части и сложила из них треугольник (возможно, перевернув одну из них). Могли ли у них получиться четыре различных треугольника?

4. За круглым столом сидят 100 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. Каждый из сидящих за столом произнес фразу: "рядом со мной сидит больше лжецов, чем напротив меня". Докажите, что за столом сидит четное число рыцарей.

5. В классе несколько мальчиков, в том числе Вася и Петя, и несколько девочек, причем Петя дружит с 10 девочками, а Вася — с 11. Оказалось, что для любых двух девочек каждый мальчик дружит хотя бы с одной из них. Сколько всего девочек могло быть в классе?

6. Докажите, что число $2^{101}+1$ нельзя представить в виде суммы двух квадратов натуральных чисел.

7. 20 шахматистов сыграли турнир в два круга, причем все набрали поровну очков. Докажите, что какие-то двое шахматистов сделали поровну ничьих. Напомним, что за победу в шахматах дают 1 очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0.

Задачи с решением.

Задача 1. *Вася и Маша поженились в 1987 году. С тех пор у них родились четверо детей, и новый 2009 год встречали уже все шестеро. По странному совпадению все дети родились 22 февраля, а сегодня, 22 февраля 2017года, оказалось, что возраст старшего из детей равен произведению возрастов трёх младших. Докажите, что в этой семье есть близнецы.*

Решение. Из условия ясно, что каждому из детей в этой семье не меньше 2 и не больше 23 лет. Если в ней нет близнецов, то тому, кто родился третьим, не меньше 3 лет, а родившемуся вторым — не меньше 4 лет. Но даже $2\cdot3\cdot4 = 24$ больше 23.

Задача 2. *Найдите наименьшее из натуральных чисел n, обладающих таким свойством: у числа n сумма цифр больше, чем у любого из 100 следующих за ним натуральных чисел.*

Ответ: 999. Решение. У каждого из чисел 1000, …, 1099 сумма цифр не больше, чем $1+0+9+9 = 19$. Поэтому число 999 обладает нужным свойством. Числа от 1 до 98 нужным свойством не обладают по причине наличия среди 100 следующих за ними числа 99, числа от 99 до 198 — из-за числа 199, числа от 199 до 298 — из-за числа 299, …, числа от 899 до 998 — из-за числа 999. **Задача 1.** *Аня, Маня, Таня и Саня получили по прямоугольнику размером 6×8. Каждая из них разрезала свой прямоугольник по прямой на две части и сложила из них треугольник (возможно, перевернув одну из них). Могли ли у них получиться четыре различных треугольника?*

Ответ: Могли. Решение. Два треугольника получаются, если разрезать прямоугольник по диагонали и приложить получившиеся треугольники друг к другу длинными или короткими сторонами. Ещё два — если соединить вершину прямоугольника с серединой одной из двух противолежащих сторон и повернуть отрезанный треугольник на 180 градусов вокруг этой середины стороны.

Задача 3. *За круглым столом сидят 100 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. Каждый из сидящих за столом произнес фразу: "рядом со мной сидит больше лжецов, чем напротив меня". Докажите, что за столом сидит четное число рыцарей.*

Решение. Допустим, за столом есть рыцарь, сидящий напротив лжеца. Тогда рядом с ним — два лжеца (иначе рыцарь лжёт), а рядом со лжецом, который напротив, — два рыцаря (иначе лжец говорит правду). Но тогда каждый из этих двух рыцарей сидит напротив лжеца, и вторым его соседом должен быть лжец. Продолжая это рассуждение, убеждаемся, что рыцари и лжецы за столом чередуются, и потому рыцарей ровно 50 — чётное число (на самом деле этот случай невозможен, но это для нас неважно). Если же напротив каждого рыцаря сидит рыцарь, все рыцари разбиваются на пары, и, стало быть, их тоже чётное число.

Задача 4. *с 10 девочками, а Вася — с 11. Оказалось, что для любых двух девочек каждый мальчик дружит хотя бы с одной из них. Сколько всего девочек могло быть в классе?*

Ответ: 11. Решение. Понятно, что хотя бы 11 девочек в классе есть. Если же их больше 11, то среди них есть две, которые не дружат с Петей — противоречие.

Задача 5. *Докажите, что число $2^{101}+1$ нельзя представить в виде суммы двух квадратов натуральных чисел.* Решение. Легко убедиться, что остатки от деления степеней числа 2 на 9 чередуются периодически с периодом 6: 2, 4, 8, 7, 5, 1, 2, 4, … Отсюда следует, что число 2^{101} даёт при делении на 9 остаток 5. Стало быть, число $2^{101}+1$ делится на 3, но не делится на 9. Квадраты натуральных чисел дают при делении на 3 остатки 0 или 1. Поэтому если сумма двух квадратов делится на 3, то оба квадрата делятся на 3. Но тогда они делятся и на 9, и их сумма не может равняться $2^{101}+1$.

Задача 6. *20 шахматистов сыграли турнир в два круга, причем все набрали поровну очков. Докажите, что какие-то двое шахматистов сделали поровну ничьих.* Решение. Каждый шахматист сыграл в турнире 38 партий. Поскольку все набрали поровну очков, то каждый набрал столько, как если бы все партии были сыграны вничью, то есть 19 очков. Следовательно, каждый сделал чётное число ничьих: иначе он набрал бы дробное число очков. Возможных чётных количеств ничьих — ровно 20: 0, 2, …, 38. Поэтому если никакие двое не сделали поровну ничьих, то ровно один шахматист сделал 0 ничьих, ровно один – 2 ничьих и т.д., до 38 ничьих включительно. Но тогда шахматист, сделавший 0 ничьих, должен был выиграть у сделавшего 38 ничьих или проиграть ему, что невозможно.

ПРИМЕР! Задания для Турнира (1/4 финала)

1. 10 человек выстроены в шеренгу. Каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. Каждый из них, кроме крайнего справа, сказал: "Справа от меня по крайней мере три лжеца". Сколько лжецов в этой шеренге?

2. Обозначим через P_n произведение первых n простых чисел. Найдите все натуральные n, для которых P_n+43 — квадрат натурального числа.

3. BH — высота, а BM — медиана остроугольного треугольника ABC, в котором $BC > AB$. На стороне AC выбрана точка L таким образом, что $CL = 2HM$. Докажите, что $AB = BL$.

4. Вася дружит с 12 девочками из своего класса, а Петя — только с 10 девочками. Среди друзей любых четырёх девочек есть все мальчики класса. Сколько в классе может быть девочек?

5. Пусть a, b и c — целые числа, удовлетворяющие условиям $a > 0$, $bc > a$ и $ac+b > 3a$. Докажите, что $ab+c > 2a$.

6. По окончании двухкругового шахматного турнира оказалось, что все участники набрали поровну очков. Докажите, что найдутся два участника, которые одержали поровну побед белыми. (Любые два участника сыграли между собой по две партии: каждый одну партию белыми, а другую черными. Напомним, что за победу в шахматах дают 1 очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0.)

7. В треугольнике ABC $\angle A = \angle C+30°$. На стороне BC выбрана точка K такая, что $AB = 2BK$. Докажите, что $AK \le KC$.

8. Пусть m и n натуральные числа. Докажите, что число 5^n+5^m можно представить в виде суммы двух квадратов натуральных чисел тогда и только тогда, когда $n–m$ четно.

ПРИМЕР! Задания для Турнира (1/2 финала)

1. 10 человек выстроены в шеренгу. Каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. Ровно один из них — Вася. Каждый из них, кроме Васи, сказал: "Между мной и Васей ровно два лжеца". Сколько лжецов может быть в этой шеренге?

2. BH — высота, а BM — медиана остроугольного треугольника ABC, в котором $BC > AB$. На стороне AC выбрана точка L таким образом, что $CL = 2HM$. Докажите, что $AB = BL$.

3. У мальчика Васи в его классе 8 друзей и 11 подруг. Каждый из его друзей дружит с 10 одноклассницами. Для каждых двух мальчиков любая девочка в классе дружит хотя бы с одним из них. Сколько девочек может быть в этом классе?

4. Найдите все натуральные n, для которых $n!+3n^2$ — квадрат натурального числа.

ПРИМЕР! Задания для Турнира (финал)

1. По окончании двухкругового шахматного турнира оказалось, что все участники набрали поровну очков. Докажите, что найдутся два участника, которые одержали поровну побед белыми. (Любые два участника сыграли между собой по две партии: каждый одну партию белыми, а другую черными. Напомним, что за победу в шахматах дают 1 очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0.)

2. Докажите, что треугольник со сторонами a, b, c, где $a \geq b$, $a \geq c$, прямоугольный тогда и только тогда, когда $\left(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}\right)\left(\sqrt{a+c}+\sqrt{a-c}\right)=\sqrt{2}(a+b+c)$

3. Дан прямоугольник $ABCD$, в котором $DA > AB$. На стороне DA отложен отрезок $DE = AB$, а на стороне BA — отрезок $BZ = AE$. K — точка пересечения BE и DZ. Докажите, что CK перпендикулярно BE.

4. Целое число z и взаимно простые натуральные числа x и y удовлетворяют уравнению $(5z–4x)(5z–4y) = 25xy$. Докажите, что одно из чисел $10z+x+y$ или $(10z+x+y)/3$ — точный квадрат.

ПРИМЕР! Задания для Турнира (конкурс капитанов перед математическим боем)

Задача 1. *10 человек выстроены в шеренгу. Каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. Каждый из них, кроме крайнего справа, сказал: "Справа от меня по крайней мере три лжеца". Сколько лжецов в этой шеренге?*

Ответ: 3. Решение. Второй и третий справа в шеренге — заведомые лжецы. Если первый справа — тоже лжец, то четвёртый справа — рыцарь. Но тогда и пятый — рыцарь, и т.д., вплоть до десятого. Если же первый справа — рыцарь, то четвёртый справа — лжец, а пятый, шестой, …, десятый — рыцари. В обоих случаях получается, что лжецов ровно трое.

Задача 2. *Обозначим через P_n произведение первых n простых чисел. Найдите все натуральные n, для которых P_n+43 — квадрат натурального числа.*

Ответ: $n = 2$. Решение. $P_1+43 = 2+43$ — не квадрат. $P_2+43 = 2\cdot3+43 = 49 = 7^2$. Если же $n \geq 3$, число P_n делится на 2 и на 5, то есть оканчивается на 0. Но тогда число P_n+43 оканчивается на 3, а квадраты натуральных чисел могут оканчиваться только на 0, 1, 4, 5, 6 и 9.

Задача 3. *BH — высота, а BM — медиана остроугольного треугольника ABC, в котором $BC > AB$. На стороне AC выбрана точка L таким образом, что $CL = 2HM$. Докажите, что $AB = BL$.*

Решение. Поскольку $BC > AB$, точка H лежит между A и M. Поскольку $HM < AM = MC$, точка L лежит между H и C. Поэтому $HL = HC – CL = HC – 2HM = MC – HM = AM– HM = AH$, то есть в треугольнике ABL высота BH является медианой. Следовательно, $AB = BL$.

Задача 4. *Вася дружит с 12 девочками из своего класса, а Петя — только с 10 девочками. Среди друзей любых четырёх девочек есть все мальчики класса. Сколько в классе может быть девочек?*

Ответ: 12 или 13. Решение. Понятно, что в классе не меньше 12 девочек. Если их 14 или больше, то из них можно выбрать четверых, которые не дружат с Васей. Значит, их 12 или 13. Оба этих варианта возможны, если, например, все мальчики класса, кроме Пети и Васи, дружат со всеми девочками.

Задача 5. Пусть a, b и c — целые числа, удовлетворяющие условиям $a > 0$, $bc > a$ и $ac+b > 3a$. Докажите, что $ab+c > 2a$.

Решение. Поскольку $bc > a > 0$, числа b и c — одного знака. Поскольку $ac+b > 3a > 0$, оба числа b и c положительны. Если $b = 1$, то $c > a$ и $ab+c = a+c > a+a = 2a$. Если $b \geq 2$, то $ab+c \geq 2a+c > 2a$.

Задача 6. *По окончании двухкругового шахматного турнира оказалось, что все участники набрали поровну очков. Докажите, что найдутся два участника, которые одержали поровну побед белыми. (Любые два участника сыграли между собой по две партии: каждый одну партию белыми, а другую черными.)*

Решение. Пусть в турнире n участников. Тогда каждый сыграл в турнире $2n-2$ партии. Поскольку все набрали поровну очков, то каждый набрал столько, как если бы все партии были сыграны вничью, то есть $n-1$ очко. Следовательно, каждый из участников мог выиграть белыми от 0 до $n-1$ партии. Пусть утверждение задачи неверно. Тогда ровно один участник не выиграл белыми ни одной партии, один выиграл белыми одну партию, …, один — $n-1$ партию. Тот, кто выиграл белыми все $n-1$ партий, в них уже набрал $n-1$ очко, и потому чёрными все свои партии проиграл. Но тогда получается, что у него белыми выиграли все остальные, в том числе и тот, кто не выиграл белыми ни одной партии. Противоречие.

Задача 7. *В треугольнике ABC $\angle A = \angle C+30°$. На стороне BC выбрана точка K такая, что $AB = 2BK$. Докажите, что $AK \leq KC$.*

Решение. Опустим из точки B перпендикуляр BH на AK. Поскольку $BH \leq BK = AB/2$, угол BAH в прямоугольном треугольнике ABH не больше 30°. В самом деле, если бы он был больше 30°, то, повернув отрезок AB так, чтобы угол BAH равнялся 30°, мы укоротили бы перпендикуляр из B на AK, а в итоге он стал бы равен $AB/2$, то есть не уменьшился бы. Поэтому $\angle KAC = \angle BAC - \angle BAH \geq \angle C$, и из треугольника AKC получаем, что $AK \leq KC$.

Задача 8. *Пусть m и n натуральные числа. Докажите, что число 5^n+5^m можно представить в виде суммы двух квадратов натуральных чисел тогда и только тогда, когда $n-m$ четно.* Решение. Если n и m чётны, 5^n и 5^m сами являются квадратами. Если $n = 2k+1$, $m = 2l+1$, то $5^n+5^m = (2\cdot5^k-5^l)^2+(2\cdot5^l+5^k)^2$. Если же n и m разной чётности, то одна из степеней даёт при делении на 8 остаток 5, а другая — остаток 1. Поэтому их сумма даёт при делении на 8 остаток 6. Поскольку квадраты при делении на 8 дают только остатки 0, 1 и 4, сумма двух квадратов давать при делении на 8 остаток 6 не может.