ГБУ ДО Центр «Интеллект»
Олимпиада по математике, 6 класс
2025 г.

1. Братья-утята Билли, Вилли, Дилли и их подруга Поночка решили полакомиться пончиками. Каждый из них съел определённое количество пончиков: 3, 8, 12 и 16. Известно, что меньше всех пончиков съел мальчик. Также известно, что Билли съел больше Поночки. Кроме того, количество пончиков, съеденных Билли и Вилли, делится на 5. Сколько пончиков съел каждый из утят?

2. Паша разбил прямоугольник 5×6 на 6 областей по 5 клеток и заметил, что можно шахматным конем обойти все эти области, побывав в каждой ровно 1 раз, и вернуться в начальную клетку (см. рис. 1). После этого Паша задумался, можно ли было прямоугольник разбить на 6 **различных** областей по 5 клеток так, чтобы области также можно было обойти конем (не обязательно по тому же маршруту). Области считаются разными, если их невозможно совместить с помощью поворотов, отражений и переносов. Придумайте пример такого разбиения.

3. На доске написаны две различные ненулевые цифры. Таня просуммировала все возможные трехзначные числа, не содержащие никакие другие цифры, кроме двух написанных, и получила 1776. Найдите две цифры, которые были написаны на доске.

4. Квадратный пирог со стороной 20 см пятью разрезами поделили на 4 треугольных куска и 2 четырехугольных куска так, как показано на рис. 2. Сумма периметров треугольных кусков равна 151 см, а четырехугольных — 93 см. Чему равна длина разрезов?

5. Профессор Люпин учит Гарри, Рона, Гермиону, Невилла и Драко, как победить боггарта. Для практики заклинания профессор выстраивает ребят в очередь. Причем он хочет, чтобы Гарри стоял на одном из последних двух мест, Невилл не стоял первым, а Рон и Гермиона стояли рядом. Сколько различных способов расставить ребят есть у профессора Люпина?

6. Шесть сотрудников фонда «Добрая книга» решили попарно обменяться книгами. В конце оказалось, что произошло ровно 10 обменов. Докажите, что как бы не происходили обмены, **всегда** найдется сотрудник, обменявший хотя бы 4 книги.

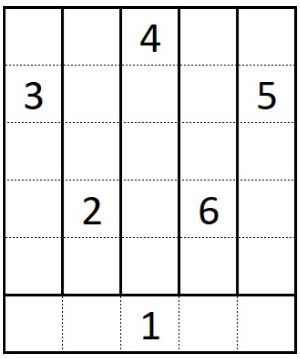


Рис. 1.

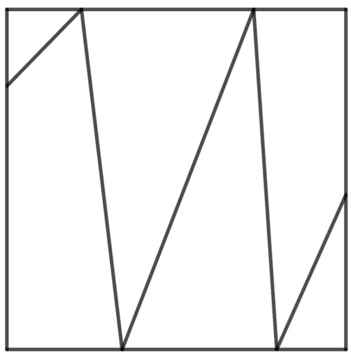


Рис. 2.

ГБУ ДО Центр «Интеллект»
Олимпиада по математике, 6 класс
2025 г.
Решения и критерии проверки

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Максимальное количество баллов, которое может получить участник, равно 42.

Общие критерии оценивания решений.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	Полное верное решение.
6–7	Верное решение, но имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
5–6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ошибки, либо пропущены случаи, не влияющие на логику рассуждений.
3–4	В том случае, когда решение задачи делится на две равноценные части — решение одной из частей.
2–3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0–1	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

1. Братья-утята Билли, Вилли, Дилли и их подруга Поночка решили полакомиться пончиками. Каждый из них съел определённое количество пончиков: 3, 8, 12 и 16. Известно, что меньше всех пончиков съел мальчик. Также известно, что Билли съел больше Поночки. Кроме того, количество пончиков, съеденных Билли и Вилли, делится на 5. Сколько пончиков съел каждый из утят? (*А.Бечина*)

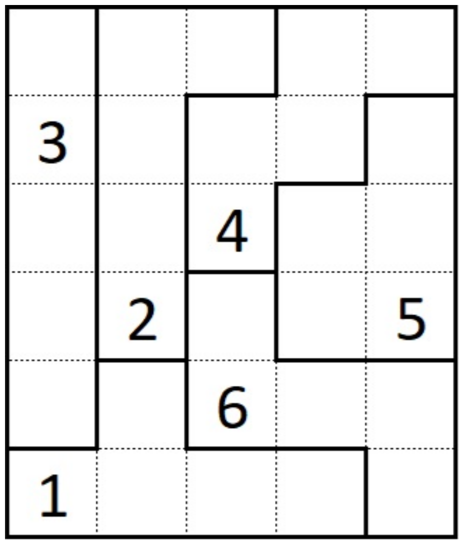
   Ответ: Билли — 12, Вилли — 3, Дилли — 16, Поночка — 8.

   Решение. Начнем с того, что количество пончиков, съеденных Билли и Вилли, нацело делится на 5. Заметим, что только две суммы двух чисел делятся на 5 (12+8 и 12+3).
   Рассмотрим первый случай. Пусть Билли и Вилли съели 12 и 8 пончиков. Так как Билли съел больше пончиков, чем Поночка, то Поночка съела 3 пончика. Но тогда меньше всех съела девочка, что противоречит условию.
   Рассмотрим теперь второй случай. Пусть Билли и Вилли съели 12 и 3 пончиков. Снова воспользуемся тем, что Билли съел больше пончиков, чем Поночка. Значит, Билли не мог съесть меньше всех пончиков. Тогда он съел 12 пончиков, а Вилли — 3. Поночка в таком случае съела 8 почиков, а Дилли — 16, так как ничего больше не остается.

   Критерии оценивания. Верное решение — 7 баллов. Верный ответ с обоснованием — 3 балла. Верный ответ без обоснования — 1 балл.

2. Паша разбил прямоугольник 5×6 на 6 областей по 5 клеток и заметил, что можно шахматным конем обойти все эти области, побывав в каждой ровно 1 раз, и вернуться в начальную клетку (см. рис. 1). После этого Паша задумался, можно ли было прямоугольник разбить на 6 **различных** областей по 5 клеток так, чтобы области также можно было обойти конем (не обязательно по тому же маршруту). Области считаются разными, если их невозможно совместить с помощью поворотов, отражений и переносов. Придумайте пример такого разбиения. (*П.Цишевич*)

   Решение. Пример разбиения и обход этого разбиения конем.



   Критерии оценивания. Любой подходящий пример — 7 баллов. Предъявлен подходящий пример, но отсутствует пояснение про обход коня — 5 баллов.

3. На доске написаны две различные ненулевые цифры. Таня просуммировала все возможные трехзначные числа, не содержащие никакие другие цифры, кроме двух написанных, и получила 1776. Найдите две цифры, которые были написаны на доске. (*Э.Минько*)

   Ответ: 1 и 3.

   Решение. Пусть на доске написаны цифры x и y. Тогда сумма Тани будет выглядеть следующим образом $\overline{xxx}+\overline{xxy}+\overline{xyx}+\overline{xyy}+\overline{yxx}+\overline{yxy}+\overline{yyx}+\overline{yyy} = 100x+10x+x+100x+10x+y+100x+10y+x+100x+10y+y+100y+10x+x+100y+10x+y+100y+10y+x+100y+10y+y = 444x+444y = 1776$. Тогда $x+y=4$. Учитывая, что x и y — различные ненулевые цифры, получаем, что на доске были написаны 1 и 3.

   Критерии оценивания. Верное решение — 7 баллов. Указано, что каждая цифра встречается на каждой позиции ровно 4 раза — 4 балла.

4. Квадратный пирог со стороной 20 см пятью разрезами поделили на 4 треугольных куска и 2 четырехугольных куска так, как показано на рис. 1. Сумма периметров треугольных кусков равна 151 см, а четырехугольных — 93 см. Чему равна длина разрезов? (*А.Бечина*)

   Ответ: 82 см.

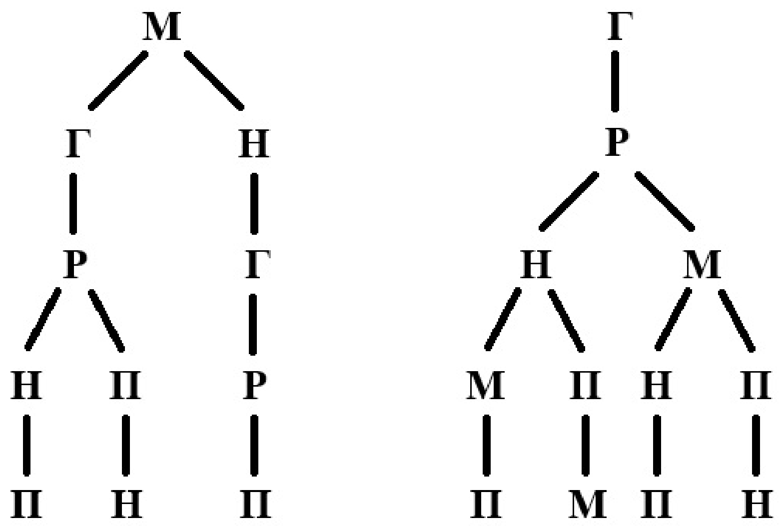
Решение. Посмотрим, что получится, если сложить периметры всех кусков. Мы получим периметр пирога плюс удвоенную сумму длин разрезов. Отсюда находим длину разрезов как $(151 + 93 - 80)/2 = 82$.

Критерии оценивания. Верное решение — 7 баллов.

5. Профессор Люпин учит Гарри, Рона, Гермиону, Невилла и Драко, как победить боггарта. Для практики заклинания профессор выстраивает ребят в очередь. Причем он хочет, чтобы Гарри стоял на одном из последних двух мест, Невилл не стоял первым, а Рон и Гермиона стояли рядом. Сколько различных способов расставить ребят есть у профессора Люпина? (*П.Цишевич*)

   Ответ: 14.

   Решение. Обозначим учеников следующим образом: Гарри — П, Рон – Р, Гермиона — Г, Невилл — Н и Драко — М. Также для удобства будем считать, что Г стоит раньше Р.
   Схематично представим все возможные варианты очередей:



   Итого 7 вариантов, когда Г стоит раньше Р. Понятно, что ситуаций, когда Р стоит раньше Г, ровно столько же, поэтому всего может получиться 14 различных очередей.

   Критерии оценивания. Верное решение — 7 баллов. Перечислены все варианты очередей, но не доказано, что других нет — 5 баллов. Описана структура перебора очередей, но перечислены не все случаи — 4 балла.

6. Шесть сотрудников фонда «Добрая книга» решили попарно обменяться книгами. В конце оказалось, что произошло ровно 10 обменов. Докажите, что как бы не происходили обмены, **всегда** найдется сотрудник, обменявший хотя бы 4 книги. (*Э.Минько*)

   □ Пусть каждый участвовал меньше, чем в 4 обменах. Тогда всего было совершено не больше $\frac{3 \cdot 6}{2} = 9$ обменов, что меньше 10, то есть противоречит условию. Деление на 2 возникает в силу того, что в обмене участвуют двое. ■

   Критерии оценивания. Верное решение — 7 баллов.